

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Донецкий государственный университет»

Факультет математики и информационных технологий
Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений

УТВЕРЖДАЮ
проректор

_____ П. А. Машаров
«17» апреля 2025 г.
МП

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ТЕОРИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

Укрупненная группа направлений подготовки	01.00.00 Математика и механика
Программа высшего образования	Программа бакалавриата
Направление подготовки	01.03.01 Математика
Направленность (профиль) образовательной программы	Математика
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная

Рабочая программа может быть адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2025

Рабочая программа дисциплины **«Теория распределений»** для обучающихся по направлению подготовки 01.03.01 Математика (Профиль: Математика), составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 8 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2025 года.

Разработчик:

профессор кафедры математического анализа и
дифференциальных уравнений
доктор физ.-мат. наук, профессор

В.В. Волчков

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры математического анализа и
дифференциальных уравнений.
Протокол от 08.04.2025 г. № 9а

Заведующий кафедрой

В. В. Волчков

СОГЛАСОВАНО:

Декан факультета математики и
информационных технологий
16.04.2025 г.

И. А. Моисеенко

Учебно-методическая комиссия факультета математики и информационных технологий.
Протокол от 16.04.2025 г. № 3.
Председатель

Л. И. Селякова

Руководитель основной образовательной
программы, д-р физ.-мат. наук, проф.
16.04.2025 г.

В. В. Волчков

1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной:

базовая подготовка по математике в объеме программы средней школы;

дисциплины программы бакалавриата: Математический анализ, Комплексный анализ, Функциональный анализ.

1.2. Дисциплины, курсовые работы и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

Гармонический анализ, Интегральные преобразования, Современные проблемы математики, Производственная практика: научно-исследовательская работа (обязательная), Производственная практика: преддипломная практика (обязательная), Выполнение и защита выпускной квалификационной работы.

2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Общая характеристика

Наименование показателя	Значение показателя
Название образовательной программы (далее – ОП)	01.03.01 Математика (Профиль: Математика)
Шифр и название в соответствии с учебным планом	Б1.В.ОД.14. Теория распределений
Часть образовательной программы	Вариативная часть: выбор вуза
Количество зачетных единиц / всего часов	3 / 108

В случае предъявления от обучающегося или его родителя (законного представителя) заявления на обучение по адаптированной образовательной программе высшего образования, подкрепленного заключением психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК) или медико-социальной экспертизы (МСЭ) с рекомендациями создания индивидуальной программы реабилитации и абилитации (ИПРА), данная рабочая программа может быть адаптирована с учетом индивидуальных особенностей здоровья обучающегося.

2.2. Распределение часов по формам и периодам обучения

Форма обучения	курс	семестр	Общее количество часов					Форма контроля
			лекционных	лабораторных	практических	самостоятельной работы + контроль	всего	
Очная	4	7	26	-	26	56	108	недиф.з

3. ЦЕЛИ ДИСЦИПЛИНЫ

Формирование научного мировоззрения; овладение новым математическим аппаратом; углубление и применение знаний, полученных в общих курсах; подготовка к профессиональной деятельности; подготовка к чтению специальной литературы.

4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

4.1. Компетенции

ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

4.2. Индикаторы компетенций

ОПК-1.1. Демонстрирует знание общих математических конструкций при осуществлении обучения по дополнительным общеобразовательным программам.

4.3. Результаты обучения

ОПК-1.1.1. Знает определения и утверждения, приёмы доказательства утверждений, методы решения задач, связанных с теорией обобщенных функций.

ОПК-1.1.2. Умеет выбирать и использовать необходимые математические методы и вычислительные средства, решать задачи дисциплины (находить пределы и производные обобщенных функций, решать различные уравнения в классе обобщенных функций, находить фундаментальные решения дифференциальных операторов).

ОПК-1.1.3. Владеет методами регуляризации расходящихся интегралов, методами преобразования Фурье обобщенных функций, методом сглаживания распределений.

5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Название темы	Краткое содержание темы (вопросы темы)
Раздел 1. Пространства основных и обобщенных функций	1.1. Пространства основных функций 1.2. Пространства обобщенных функций 1.3. Примеры обобщенных функций
Раздел 2. Операции над обобщенными функциями	2.1. Предельный переход в \mathcal{D}' 2.2. Дифференцирование в \mathcal{D}' 2.3. Преобразование Фурье обобщенных функций
Раздел 3. Различные уравнения в классе распределений	3.1. Функциональные уравнения 3.2. Дифференциальные уравнения 3.3. Случай нескольких переменных
Раздел 4. Фундаментальные решения дифференциальных операторов	4.1. Фундаментальные решения в R^1 4.2. Фундаментальные решения в R^2 4.3. Фундаментальные решения в R^n

6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Форма обучения – очная, курс – 4, семестр – 7

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
Раздел 1. Пространства основных и обобщенных функций	4		4	6	14
Пространства основных функций	1		1	2	4
Пространства обобщенных функций	2		2	2	6
Примеры обобщенных функций	1		1	2	4

Раздел 2. Операции над обобщенными функциями	8		8	26	42
Предельный переход в \mathcal{D}'	2		2	8	12
Дифференцирование в \mathcal{D}'	3		3	8	14
Преобразование Фурье обобщенных функций	3		3	10	16
Раздел 3. Различные уравнения в классе распределений	7		7	12	26
Функциональные уравнения	2		2	4	8
Дифференциальные уравнения	3		3	4	10
Случай нескольких переменных	2		2	4	8
Раздел 4. Фундаментальные решения дифференциальных операторов	7		7	12	26
Фундаментальные решения в R^1	2		2	4	8
Фундаментальные решения в R^2	3		3	4	10
Фундаментальные решения в R^n	2		2	4	8
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР / ПО КОМПОНЕНТУ ОПОП	26	–	26	56	108

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Контрольные вопросы

Раздел 1

1. Пространства $\mathcal{D}, \mathcal{S}, \mathcal{E}$.
2. Возможность представления основной функции в виде производной.
3. Сходимость в пространствах основных функций.
4. Нормируемость пространства \mathcal{D} .
5. Определение обобщенной функции. Пространства $\mathcal{D}', \mathcal{S}', \mathcal{E}'$.
6. Примеры обобщенных функций.
7. Регулярные и сингулярные обобщенные функции.

Раздел 2

1. Линейная комбинация обобщенных функций.
2. Предельный переход в пространствах обобщенных функций.
3. Сдвиг и подобие. Суперпозиция с вращением.
4. Линейная замена переменных.
5. Комплексное сопряжение. Умножение на гладкую функцию.
6. Дифференцирование обобщенных функций.
7. Интегрирование обобщенных функций.
8. Построение плоских волн.
9. Свертка обобщенных функций.
10. Преобразование Фурье обобщенных функций.

Раздел 3

11. Решение функциональных уравнений в $\mathcal{D}'(R)$.
12. Решение дифференциальных уравнений в $\mathcal{D}'(R)$.
13. Решение дифференциальных уравнений в $\mathcal{D}'(R^2)$.

Раздел 4

14. Фундаментальное решение оператора Коши-Римана.

15. Фундаментальное решение оператора Лапласа.
16. Фундаментальное решение оператора Гельмгольца.
17. Фундаментальное решение волнового оператора.

7.2. Темы докладов (рефератов)

1. Регуляризация функций со степенными особенностями.
2. Теорема Винера-Пэли-Шварца.
3. Теорема Титчмарша о свертках.
4. Структура обобщенных функций.
5. Свойства порядка сингулярности.
6. Существование фундаментальной функции.
7. Метод Радона.

7.3. Темы письменных работ (типы задач)

Контрольные работы по практике:

- операции над обобщенными функциями (вычисление пределов, производных, свертки, преобразования Фурье);
- уравнения в классе распределений (решение функциональных и дифференциальных уравнений);
- фундаментальные решения (нахождение фундаментальных решений дифференциальных операторов).

Контрольная работа по проверке теоретических знаний – по всем темам, с использованием указанных выше контрольных вопросов.

7.4. Образец задания для зачета:

1. Свертка обобщенных функций.
2. Найти $(\theta(x) \sin x)'$.
3. Решите уравнение $x(x - 1)u = 0$ в $\mathcal{D}'(R)$.

В случае ведения учебного процесса с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, содержание билета может отличаться от приведенного.

8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по 100-балльной шкале исходя из максимума, приведенного в таблице ниже.

Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и практических занятий (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.).

Самостоятельная работа оценивается на основе предоставленных на проверку выполненных домашних, индивидуальных заданий с учетом своевременности их предоставления и соответствия требованиям к их выполнению.

Количество баллов за контрольную работу вычисляется как сумма баллов за все входящие в её состав задания. Каждое задание оценивается исходя из максимально возможного количества баллов с учетом правильности выполнения задания, полноты приводимых обоснований.

По результатам работы в семестре обучающийся, набравший не менее 60 баллов, имеет право получить оценку. Те, кто претендует на более высокий балл, проходят промежуточную аттестацию. Максимальное количество баллов на промежуточной

аттестации – 100. Общее количество баллов за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и на промежуточной аттестации и выставляется согласно принятому порядку.

8.1. Семестр 7

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
1-4	Организационно-учебная работа в аудитории	5
	Самостоятельная работа	5
	Контрольные работы по практике	50
	Контрольная работа по теоретическому материалу	40
ИТОГО		100
Промежуточная аттестация		100
Общий итог за семестр		100

Соответствие баллов оценке

Количество баллов из 100	ECTS	Оценка по пятибалльной шкале	
		Экзамен, дифференцированный зачет	Зачет
90-100	A	отлично	зачтено
80-89	B	хорошо	зачтено
75-79	C		зачтено
70-74	D	удовлетворительно	зачтено
60-69	E		зачтено
35-59	FX	неудовлетворительно	не зачтено
0-34	F		не зачтено

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в Главном корпусе ДонГУ (г. Донецк, пр. Гурова, 6). Для проведения занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя, выход в Интернет – проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное в учебно-методическом кабинете Главного корпуса (ауд.405).

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины могут применяться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

С использованием ресурсов платформы дистанционного образования осуществляется текущий контроль знаний обучающихся на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

10. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

10.1. Основная литература

1. Владимиров, В. С. Обобщенные функции в математической физике / В.С. Владимиров. - М. : Наука, 1979. - 320 с.

2. Владимиров, В. С. Сборник задач по уравнениям математической физики / В. С. Владимиров, В.П. Михайлов, А.А. Вапшарин, Х.Х. Каримова, Ю.В. Сидоров, М.И. Шабунин. - М. : Наука, 1974. - 272 с.

10.2. Дополнительная литература

3. Гельфанд, И. М. Обобщенные функции и действия над ними / И.М. Гельфанд, Г.Е. Шилов. - Москва: Наука, 1959. - 470 с.

4. Шилов, Г. Е. Математический анализ. Второй специальный курс / Г.Е. Шилов. - Москва: МГУ, 1984. - 208 с.

11. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. **Национальная электронная библиотека (НЭБ):** федеральная государственная информационная система / Министерство Культуры РФ; Российская государственная библиотека. – Москва, 2019- . – URL: <https://rusneb.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный, подписка. Необходима установка программного обеспечения. – Текст: электронный.

2. **eLIBRARY.RU:** научная электронная библиотека: сайт. – Москва, 2000- . – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. –Текст: электронный.

3. Научная электронная библиотека «КиберЛенинка»: сайт / Ассоциация «Открытая наука». – Москва, 2014- . – URL: <https://cyberleninka.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.

4. Электронно-библиотечная система «Лань»: [сайт]. – URL: <https://e.lanbook.com> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: издания Сетевой электронной библиотеки, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.

5. **ЭБС Юрайт:** электронная библиотечная система: сайт. – Москва, 2013. – URL: <https://urait.ru/library/svobodnyy-dostup/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: издания свободного доступа, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.

6. **Электронно-библиотечная система ДонГУ:** сайт / ФГБОУ ВО «ДонГУ». – Донецк, 2016- . – URL: <http://library.donnu.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.

7. **Электронный каталог** Научной библиотеки ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – для пользователей ДонГУ.

8. **Электронный архив ДонГУ:** раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://repo.donnu.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный.

12. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДонГУ № 46484614)
 2. Microsoft Office (корпоративная лицензия ДонГУ № 46472919)
 3. Microsoft Visual Studio (лицензия программы Dream Spark для высших учебных заведений)

4. Антивирус Касперского, Adobe Acrobat Reader, xPDF (лицензии GPL, Apache, BSD для свободного программного обеспечения).